

# Ballistik på Laupa Scenar GB528 kula 19.44 g

$m := 0.01944$       Massa på kulan (kg)  
 $c_w := .2824$       Cw värde på kulan  
 $d := 8.59$       Diameter på kulan (mm)  
 $\rho := 1.225$       Densitet på luften (kg/m<sup>3</sup>)  
 $\alpha := 0$       Elevationsvinkel (grader)  
 $v_0 := 830$       Utångshastighet (m/s)  
 $h := 0$       Höjd över skottlinje (m)  
 $xx := 3000$       Kastvidd (m)

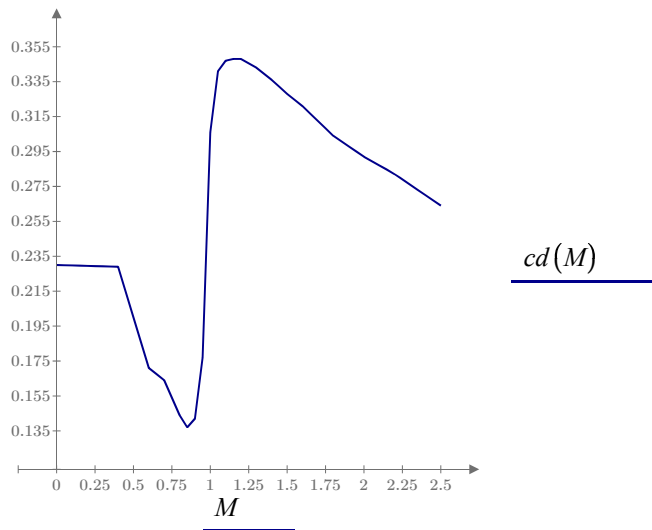
Det här programmet räknar fram ballistik på kulan med hjälp av ett funktionen rkfixed i Mathcad och den jobbar med ett system med två differentialexkvationer.

```


$$k := \frac{\left(\frac{d}{2000}\right)^2 \cdot \pi \cdot \rho}{2 \cdot m}$$

        vljud := 340.3      g := 9.81      n := 10000
        end := 8.3
        
$$\alpha := \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$$

        cw :=  $\begin{bmatrix} 0.0 & 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.825 & 0.85 & 0.875 & 0.9 & 0.925 & 0.95 \\ 0.23 & 0.229 & 0.2 & 0.171 & 0.164 & 0.144 & 0.141 & 0.137 & 0.137 & 0.142 & 0.154 & 0.177 \dots \end{bmatrix}$ 
        VV := [830 711 604 507 422 349 311 288 267 247 227]T
        HH := [0.001 0.715 3.203 8.146 16.571 30.035 50.715 80.529 121.023 173.998 241.735]T
        cd(M) := linterp(cw(0), cw(1), M)
        M := 0, 0.05 .. 2.5
    
```



$$x := \begin{bmatrix} 0 \\ v\theta \cdot \cos(\alpha) \\ h \\ v\theta \cdot \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

Initial villkor för  $x(0)$   $x'(0)$  och  $y(0)$  och  $y'(0)$

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} x_1 \\ -k \cdot cd \left( \frac{\sqrt{(x_1)^2 + (x_3)^2}}{vljud} \right) \cdot \left( (x_1)^2 + (x_3)^2 \right) \cdot \cos \left( \operatorname{atan} \left( \frac{x_3}{x_1} \right) \right) \\ x_3 \\ -k \cdot cd \left( \frac{\sqrt{(x_1)^2 + (x_3)^2}}{vljud} \right) \cdot \left( (x_1)^2 + (x_3)^2 \right) \cdot \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{x_3}{x_1} \right) \right) - g \end{bmatrix}$$

Första derivatan  $x(t)$   
Andra derivatan  $x(t)$   
Första derivatan  $y(t)$   
Andra derivatan  $y(t)$

$$Z := \text{rkfixed}(x, 0, \text{end}, n, D)$$

Tid t	x	vx	y	vy
0	0	830	0	0
0.0008	0.6888	829.7206	$-3.3787 \cdot 10^{-6}$	-0.0081
0.0017	1.3773	829.4414	$-1.3513 \cdot 10^{-5}$	-0.0163
0.0025	2.0657	829.1623	$-3.0401 \cdot 10^{-5}$	-0.0244
0.0033	2.7537	828.8833	$-5.4041 \cdot 10^{-5}$	-0.0325
0.0042	3.4416	828.6045	$-8.4429 \cdot 10^{-5}$	-0.0407
0.005	4.1292	828.3258	-0.0001	-0.0488
0.0058	4.8166	828.0472	-0.0002	-0.0569
0.0066	5.5038	827.7688	-0.0002	-0.0651
0.0075	6.1907	827.4905	-0.0003	-0.0732
0.0083	6.8774	827.2123	-0.0003	-0.0813
0.0091	7.5639	826.9343	-0.0004	-0.0894
0.01	8.2501	826.6564	-0.0005	-0.0975
0.0108	8.9361	826.3787	-0.0006	-0.1056
0.0116	9.6219	826.1011	-0.0007	-0.1137
0.0125	10.3075	825.8236	-0.0008	-0.1218
				$\vdots$

$$vr1 := \text{cspline}(Z^{(0)}, Z^{(1)})$$

$$x(t) := \text{interp}(vr1, Z^{(0)}, Z^{(1)}, t)$$

$$vr2 := \text{cspline}(Z^{(0)}, Z^{(3)})$$

$$y(t) := \text{interp}(vr2, Z^{(0)}, Z^{(3)}, t)$$

$$vr1 := \text{cspline}(Z^{(0)}, Z^{(2)})$$

$$vx(t) := \text{interp}(vr1, Z^{(0)}, Z^{(2)}, t)$$

$$vr2 := \text{cspline}(Z^{(0)}, Z^{(4)})$$

$$vy(t) := \text{interp}(vr2, Z^{(0)}, Z^{(4)}, t)$$

Interpolerar x(t) och y(t) med avseende på t med en cubic spline. Interpolerar vx(t) och vy(t) med en cubic spline.

$$t1 := \text{root}(x(t1) - 3000, t1, 1, \text{end})$$

Hittar roten för x=3000 m

$$y(t1) = -240.7917$$

Höjd för kulan vid x=3000 m

$$i := 0..10$$

$$j := 0, 1..1000$$

$$t_i := \text{root}(x(t_i) - 300 \cdot i, t_i, 0, 3000)$$

$$t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.39 \\ 0.847 \\ 1.387 \\ 2.033 \\ 2.814 \\ 3.733 \\ 4.737 \\ 5.822 \\ 6.998 \\ 8.282 \end{bmatrix}$$

Beräknar tids vektorer för varje 300 m i steg.

$$H := y(t)$$

$$H_0 := -0.001$$

$$t_j := \text{root}(x(t_j) - 3 \cdot j, t_j, 0, 3000)$$

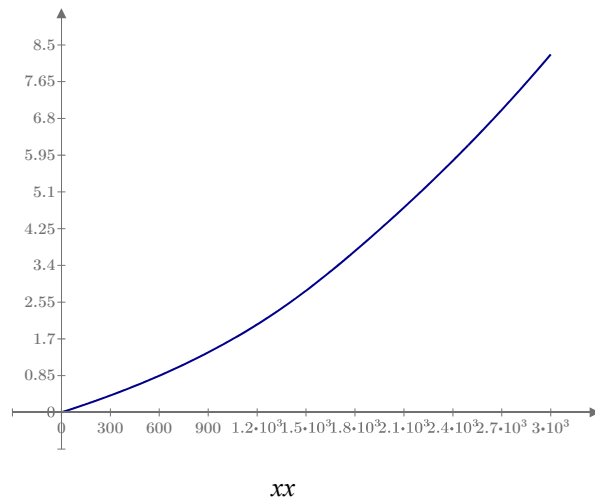
$$SS_j := 3 \cdot j$$

$$FF := \text{cspline}(SS, tt)$$

$$T(y) := \text{interp}(FF, SS, tt, y)$$

$$xx := 0,5 \dots 3000$$

Här gör jag en Tidsfunktion med avseende på sträckan. Sträcka på x axeln och tid på y axeln.



$$v(t) := \sqrt{vx(t)^2 + vy(t)^2}$$

$$v(tl) = 230.211$$

$$\beta := \text{atan}\left(\frac{vy(tl)}{vx(tl)}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\beta = -14.221$$

$$F := 0.000005408$$

F är gyrokraften på kulan som jag har provat mig fram. Gy vid 914.4 m blir då 165.1 mm  
 $F = 5.408 \mu N$

$$\frac{\int_0^{914.4} F \cdot T(s) ds}{m} \cdot 1000 = 165.1$$

$$\gamma := \frac{23 \cdot \pi}{180}$$

$$Gy_i := \frac{\int_0^{300 \cdot i} F \cos\left(\text{atan}\left(\frac{vy(T(s))}{vx(T(s))}\right)\right) \cdot T(s) ds}{m \cdot \cot(\gamma)}$$

Här beräknar jag impulsen på kulan och får fram en avvikelse i höjddled jag antar att kulan sticker 23 grader nedåt i luften. Jag berknar Gy i en vektor som jag adderar till H i tabellen. jag jobbar med var 300 m. Jag tar även hänsyn till vinkeln i kulbanan

$$tt := 0, \frac{tl}{1000} \dots tl$$

$$tl = 8.2821$$

Tid då kastvidden nås i (s)

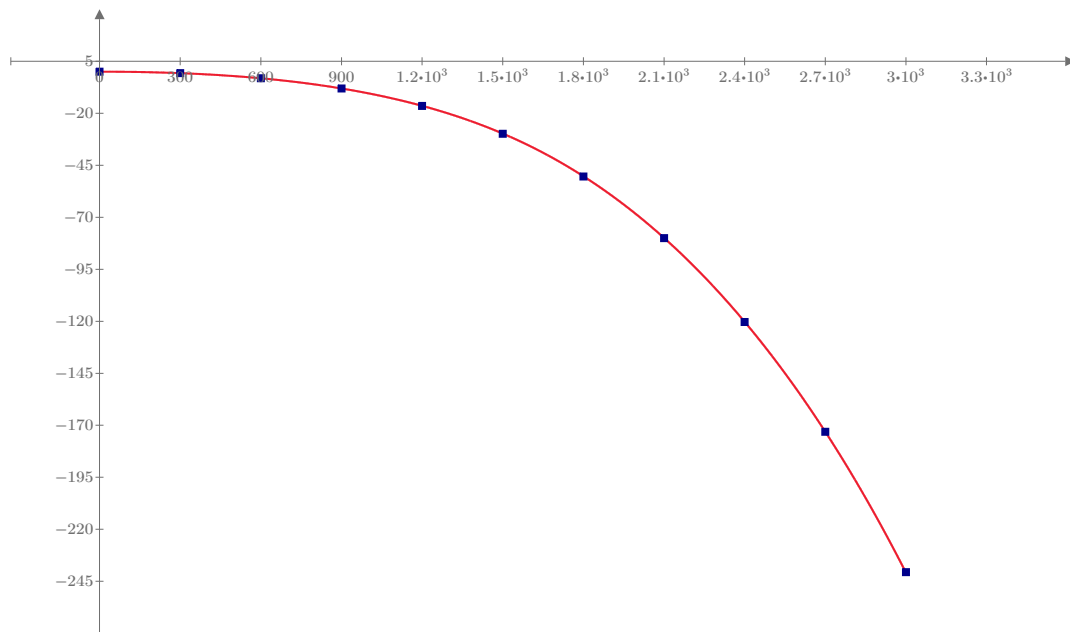
$$v(tl) = 230.211$$

Nedslags hastighet vid kastvidd (m/s)

$$\beta = -14.221$$

Nedslags vinkel (grader)

Dom blå boxarna är mätta värden och den röda kurvan är beräknad.



Noggrannhet Laupa scenar  
GB528 19.44 g (%) kompenserat  
för gyroeffekt .

**Tid (s)**

**V (m/s)**

**X (m)**

**Y (m)**

$$t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3901 \\ 0.8466 \\ 1.3867 \\ 2.0333 \\ 2.8142 \\ 3.733 \\ 4.7374 \\ 5.8218 \\ 6.9979 \\ 8.2821 \end{bmatrix} \quad v(t_i) = \begin{bmatrix} 830 \\ 713 \\ 606 \\ 509 \\ 423 \\ 351 \\ 312 \\ 290 \\ 269 \\ 249 \\ 230 \end{bmatrix} \quad x(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 300 \\ 600 \\ 900 \\ 1200 \\ 1500 \\ 1800 \\ 2100 \\ 2400 \\ 2700 \\ 3000 \end{bmatrix} \quad y(t) - Gy = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.717 \\ -3.203 \\ -8.138 \\ -16.542 \\ -29.965 \\ -50.595 \\ -80.386 \\ -120.911 \\ -173.992 \\ -241.941 \end{bmatrix} \quad \frac{(-H_i + Gy_i) \cdot 100}{HH_i} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100.213 \\ 100.001 \\ 99.908 \\ 99.827 \\ 99.767 \\ 99.763 \\ 99.823 \\ 99.907 \\ 99.997 \\ 100.085 \end{bmatrix}$$

$$Gy = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0067 \\ 0.0284 \\ 0.0677 \\ 0.1279 \\ 0.2132 \\ 0.3286 \\ 0.4777 \\ 0.6628 \\ 0.8861 \\ 1.1497 \end{bmatrix}$$

$$xm := \frac{\sum_{i=0}^{10} \frac{-H_i + Gy_i}{HH_i}}{11} = 0.999$$

Medelnoggrannhet i % för 23 graders vinkel mellan gyrokrafterna x och y axeln

$$xm \cdot 100 = 99.93548$$

Variansbredd i %

$$\left( \frac{-H_1 + Gy_1}{HH_1} - \frac{-H_6 + Gy_6}{HH_6} \right) \cdot 100 = 0.45$$

$$s := \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=0}^{10} \left( \frac{-H_i + Gy_i}{HH_i} - xm \right)^2 = 1.96 \cdot 10^{-6}$$

Standard avvikelse

$$\sqrt{s} = 0.00140004$$