

CAC-Diff-dfixed: Detta program är en generell lösare av diffar som mathcads rkfixed här heter den då dfixed. Lösningen blir exakare med fler beräknings steg och noggrannheten ökar med h^6 mot rkfixed h^4 . Det här är då ca 200 ggr mindre beräknings steg.. Jag kör då richardson extrapolation i 5 steg och jag använder Ruge-Kutta-Fehlberg. Beräkningstiden är ca samma av vad rkfixed är vid motsvarande noggrannhet.

$$Fi = c \cdot h^6$$

$$nl := 3$$

$$y := \begin{bmatrix} 1 \\ .2 \end{bmatrix} \quad D(x,y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ x + y_0 \end{bmatrix}$$

```
rkffixed(y, x1, x2, nl, D) :=
  h ← (x2 - x1) / nl
  x ← x1
  c1 ← rows(D(x, y))
  A(0) ← y
  x ← x1
  for i ∈ 0..nl - 1
    k1 ← h · D(x, y)
    k2 ← h · D(x + h/4, y + k1/4)
    k3 ← h · D(x + 3 · h/8, y + (3 · k1/32 + 9 · k2/32))
    k4 ← h · D(x + 12 · h/13, y + (1932 · k1/2197 - 7200 · k2/2197 + 7296 · k3/2197))
    k5 ← h · D(x + h, y + (439 · k1/216 - 8 · k2 + 3680 · k3/513 - 845 · k4/4104))
    k6 ← h · D(x + h/2, y - (8 · k1/27 + 2 · k2 - 3544 · k3/2565 + 1859 · k4/4104 - 11 · k5/40))
    y ← y + (16 · k1/135 + 6656 · k3/12825 + 28561 · k4/56430 - 9 · k5/50 + 2 · k6/55)
    Bi ← x
    x ← x + h
    A(i+1) ← y
  Bnl ← x
  A ← AT
  C(0) ← B
  if c1 > 1
    c1 ← c1 - 1
  for m ∈ 0, 1..c1
    C(m+1) ← A(m)
  C
```

```

dfixed(y, x1, x2, n1, D) :=
  p ← 5
  C1 ← rkffixed(y, x1, x2, n1, D)
  C2 ← rkffixed(y, x1, x2, 2 • n1, D)
  C3 ← rkffixed(y, x1, x2, 4 • n1, D)
  C4 ← rkffixed(y, x1, x2, 8 • n1, D)
  C5 ← rkffixed(y, x1, x2, 16 • n1, D)
  O ← C1(0)
  for j ∈ 1, 2 .. cols(C1) - 1
    O0,j ← yj-1
    for i ∈ 1, 2 .. n1
      A0,0 ← C1i,j
      A1,0 ← C22•i,j
      A2,0 ← C34•i,j
      A3,0 ← C48•i,j
      A4,0 ← C516•i,j
      for m ∈ 1, 2 .. 4
        for k ∈ 1, 2 .. m
          Am,k ← Am,k-1 +  $\frac{(A_{m,k-1} - A_{m-1,k-1})}{(2^{p \cdot k} - 1)}$ 
      Oi,j ← A4,4
  O

```

A := dfixed(y, 0, 1, n1, D)

RKF45 med Richardson Extrapolation mitt program

B := rkffixed(y, 0, 1, n1, D)

RK4 Mathcads lösare

dfixed

RK 4

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.2 \\ 0.333333333333 & 1.130187203204 & 0.6068267986521 \\ 0.666666666667 & 1.4244990665901 & 1.1938491570633 \\ 1 & 1.9533220671876 & 2.0268979554219 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.2 \\ 0.3333333333 & 1.130144033 & 0.606790123 \\ 0.6666666667 & 1.424382981 & 1.193742379 \\ 1 & 1.953083794 & 2.026669687 \end{bmatrix}$$

noe := 203

$B := \text{rkfixed}(y, 0, 1, n1 \cdot \text{nog}, D)$

$j := 0..3$

$C_{j,0} := B_{j \cdot \text{nog}, 0}$ $C_{j,1} := B_{j \cdot \text{nog}, 1}$ $C_{j,2} := B_{j \cdot \text{nog}, 2}$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.2 \\ 0.333333333333333 & 1.130187203204 & 0.606826798652 \\ 0.666666666666667 & 1.4244990665901 & 1.1938491570633 \\ 1 & 1.9533220671876 & 2.0268979554219 \end{bmatrix}$$

$$A - C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3.331 \cdot 10^{-16} & 1.998 \cdot 10^{-15} & 2.442 \cdot 10^{-15} \\ 6.661 \cdot 10^{-16} & 6.439 \cdot 10^{-15} & 7.55 \cdot 10^{-15} \\ 1.11 \cdot 10^{-15} & 1.51 \cdot 10^{-14} & 1.51 \cdot 10^{-14} \end{bmatrix}$$

A är lika med dfixed för n1=3 steg. B lika med rkfixed i mathcad och C är lika med rkfixed n1=609 steg och då är lösningen identisk med A.

Felet när man tar min lösare - rkfixed med 203 ggr mer steg. Eller totalt 609 steg mot 3 steg.